

影响矩阵在索力调整阶段中的应用研究

罗德泉

广州市高速公路有限公司

摘要: 为快速求解斜拉桥合龙阶段到成桥阶段逐根调整索力时的索力调整值,应用影响矩阵基本原理,给出在 Midas/Civil 中提取索力影响矩阵的方法,并通过索力影响矩阵迭代求解调整索力值。在工程实际中的应用结果显示,该方法计算阶段收敛迅速,实测结果显示该方法计算结果可靠。

关键词: 斜拉桥; 影响矩阵; 初始刚度; 迭代; 索力调整

斜拉桥是由斜拉索、桥塔和主梁等核心的受力构件构建而成的超静定结构体系,该体系整体刚度大、跨越能力强大、桥型美观,已成为国内外发展速度快、极具竞争力的桥型。合理成桥状态的斜拉桥,主梁、桥塔等受力构件内力分布均匀,主梁线形平顺。影响斜拉桥成桥状的主要因素是索力的分布情况,其中通过对索力进行优化和调整是达到斜拉桥的合理成桥状态的主要方式,索力优化的研究已斜拉桥成桥状调整的重要研究方向^[1],对成桥索力优化方法的研究已成为斜拉桥分析计算与施工过程控制中的热点和核心问题。

斜拉桥的设计过程中为考虑施工阶段与成桥阶段不同的受力状态,在全桥合拢后由施工过程工况转为成桥运营工况前通常设置索力调整阶段,使主梁及主塔弯矩、拉索拉应力处于最佳状态。成桥最优索力国内外已进行多年研究,通常采用刚支撑连续梁法、零位移法、倒拆和正装法等,但对合拢后如何将索力调整到成桥索力的方式并未进行过详细论述。

索力调整工况中,受制于张拉器具、场地限制,通常逐根进行,如果直接采用目标索力进行索力调整,无法消除张拉先后顺序对索力影响,将产生较大索力误差。本文对该工况进行了分析研究,提出将影响矩阵法应用于调索工况中,求解先后受调的斜拉索调整索力,并给出了在 MIDAS 软件中影响矩阵的提取方法。实际应用结果表明,该方法计算简便,可靠性高。

1 影响矩阵法原理

影响矩阵是当单位变化量作为施调向量施加,引起受调向量改变的量,依次排列受调向量的变化量,所构成的矩阵。对斜拉桥而当单根斜拉索施加单位张拉力时,斜拉桥构件将产生相应位移、内力及索力变化,这些变化量按预设规则排列,所形成的矩阵即斜拉桥索力的影响矩阵。从力学本质来看,影响矩阵法源于经典的力法方程,其核心逻辑是利用索力影响矩阵,建立斜拉索的索力值和目标优化值(如结构位移控制

值、内力限值等)之间的明确函数关系^[2-3]。

在桥梁结构的索力优化和施工控制过程中,大量控制参数为对关键截面内力、节点位移、索力等的控制和优化,在对结构受力、位移等参数进行调整和控制时,对于完全线性系统通过影响矩阵可以一次求得理论结果,对于非线性系统可以通过迭代来消除误差逼近。影响矩阵建立了索力与优化目标函数关系,这一特性使其可以在斜拉桥成桥索力优化全程中应用,影响矩阵的概念应用于大部分的索力优化方法中,影响矩阵法已成为斜拉桥索力优化中的一种综合性工具^[4]。在约束条件和索力调整目标明确的前提下,利用影响矩阵迭代可以快速求解索力。

影响矩阵法中包含受调向量、施调向量、影响向量。“受调向量”特指结构物(斜拉桥)中,设计与分析过程中重点关注的构件所对应的物理量。这些物理量的构成元素,本质是构件的各类状态参数,例如主梁的内力、位移等;其核心属性在于,它们是结构体系中需通过针对性调整操作,以实现预设期望状态的关键物理量。在斜拉桥的索力调整阶段,受调向量的具体表现形式即为拉索索力。假设该阶段需调控的拉索数量对应受调向量的维度,即此索力受调向量由 M 个元素构成。记为:

$$T=[T_1, T_2, \dots, T_M]^T \quad (1)$$

施调向量:在结构分析与控制过程中,具备可主动控制与调整属性的物理量,其核心功能是通过自身的调整操作,改变受调向量的数值大小,以推动结构向期望状态趋近。假设施调向量由 L 个相互独立的元素构成,且满足约束条件 $L \leq M$ (M 为受调向量的元素数量)。在斜拉桥的索力调整过程中,施调向量即“索力调整量”,记为:

$$X=[X_1, X_2, \dots, X_L]^T \quad (2)$$

影响向量:当施调向量中的 j 施加单位的调整量时,所引起的受调向量 T_s 的变化量:

$$C_j = [C_{1j}, C_{2j}, \dots, C_{mj}]^T \quad (3)$$

影响矩阵:当系统中的 L 个施调量施加单位调整量,受调向量产生变化量,按规则排列形成矩阵,记为:

$$[C] = [C_1 \ C_2 \ \dots \ C_L] = \begin{pmatrix} C_{11} & \dots & C_{1L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{M1} & \dots & C_{ML} \end{pmatrix} \quad (4)$$

对于可线性叠加的结构,当单位施调向量逐一施加,求出的影响向量并排列后形成该结构的影响矩阵,线性系统中:

$$[C]\{X\} = \{D\} \quad (5)$$

其中 {D} 为受调向量。

2 在 Midas/Civil 中提取影响矩阵的方法

在 Midas 模型中,通过体外力的方式添加斜拉桥索力调整量。索力改变矩阵 {X} 为施调向量,索力矩阵 {T} 为受调向量,按下列方法求解影响矩阵:

调整前的原索力矩阵:

$$\{T\} = \{T_1 \ T_2 \ \dots \ T_N\}^T \quad (6)$$

当调整一束索的索力,如 T_1 的索力调整 ΔT 之后,索力的变化记为:

$$\{T'\} = \{T'_1 \ T'_2 \ \dots \ T'_N\}^T \quad (7)$$

计算得到 T_1 变化 ΔT 之后对索力的影响,记为:

$$\{C_1\} = \{C_{11} \ C_{21} \ \dots \ C_{M1}\} \quad (8)$$

T 的索力调整至 T' 的过程为:

$$T' = T + C_1 \quad (9)$$

当索力逐根施加单位力,引起的索力变化集成到矩阵 $[C] = [C_1 \ C_2 \ \dots \ C_N]$,得到所需影响矩阵。

如已有目标索力为 {T'}, 利用求得影响矩阵即可求解索力调整量:

$$\{\Delta\} = [C]^{-1} \cdot \{T' - T\} \quad (10)$$

3 求解调索索力实例

3.1 工程概况

某大桥主桥为独塔平行双索面钢箱梁斜拉桥,跨径为 120m+125m,结构形式为塔墩固结、主梁半飘浮结构体系。本桥共设 22 对斜拉索,全桥共 44 根斜拉索,横向设两排索,间距 37m,斜拉索编号从左至右依次为 E11—E1,W1—W11。

施工过程中,索力调整采用多次多步张拉法,该桥在全桥合拢后开展全桥二次调索,随后进行桥面铺装施工。

3.2 提取索力影响矩阵

案例中,斜拉桥的索力阶段设置在桥面铺装前进行,通过倒拆成桥模型得到合拢阶段索力值,即为

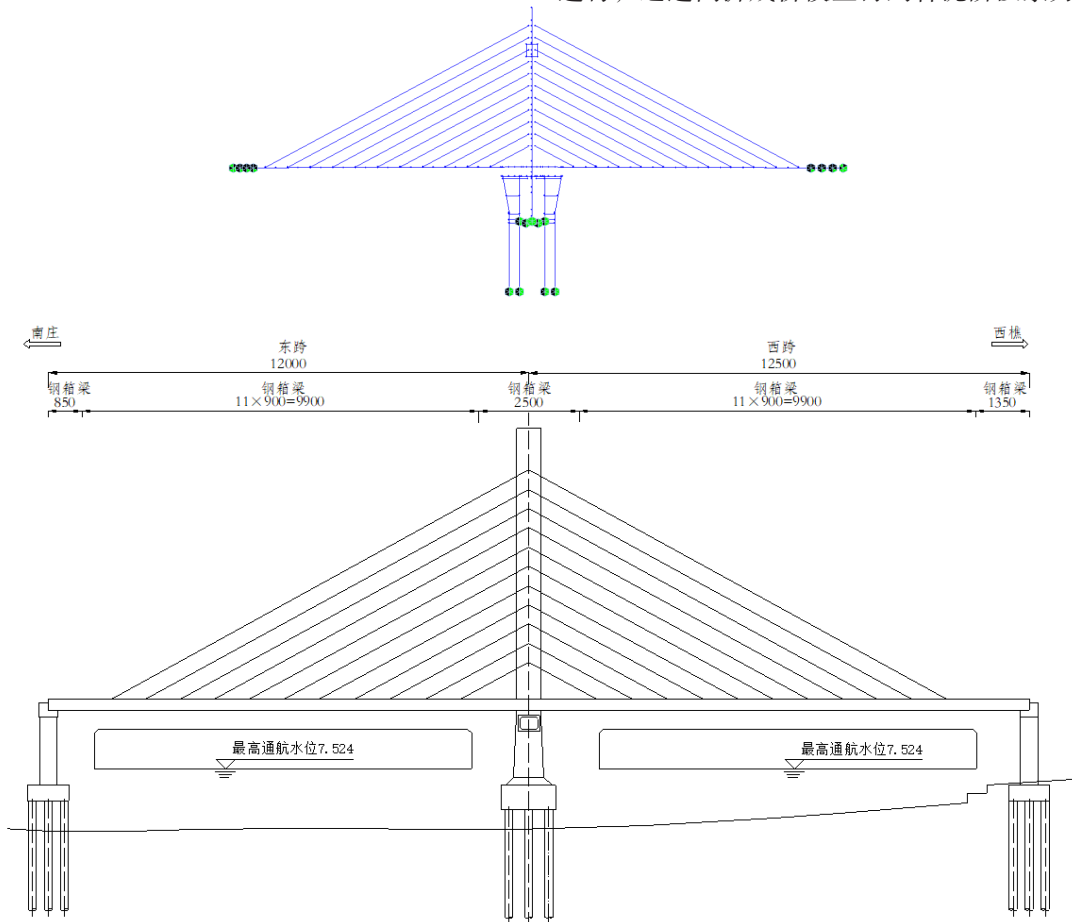


图 1 MIDAS/Civil 有限元模型 / 总体布置示意图

此次索力调整的目标值。按照文中提到的方法，结合 MIDAS 未知荷载系数功能提取索力影响矩阵。

在倒拆全桥模型完成全桥合拢阶段分析后，以合拢时刻各斜拉索的初始索力为基准，对每根索施加 100kN 的索力增量，并将该索力增量施加过程定义为独立施工阶段；待一对斜拉索的索力增量施加、计算完成后，将其索力恢复至合拢阶段的初始状态；随后在后续施工阶段中，按相同逻辑依次对其余斜拉索施加 100kN 索力增量并完成响应计算。需注意的是，在 MIDAS 软件中，通过未知系数功能提取斜拉桥的影响矩阵时，单次仅能将一个单元的内力作为约束条件设置。求解时，需将全桥拉索索力作为独立约束条件，分别逐一施加，同时将索力增量在对应施工阶段内逐次输入。按照上述方法，对斜拉索逐一执行“施加 100kN 索力增量→计算响应→恢复初始索力”操作，即可得到全桥索力影响矩阵（图 2）；处理后的影响

矩阵如表 1。

由表 1 可知，该斜拉桥的索力影响矩阵整体呈带状分布，当对某根拉索进行索力调整时，其对邻近 3 个节段内索力影响较为显著；而超出 3 个节段，影响程度迅速衰减，已可不予考虑。

3.3 迭代计算调索索力值

影响矩阵法索力调整以线性理论为基础，其核心是揭示结构参数间线性关系。对于完全线性的结构，通过求得的影响矩阵计算索力调整值后，调整一次即能达到目标索力值。然而，当结构体系存在非线性因素（如结构几何非线性、材料非线性等）时，上述线性关系会随结构受力状态的改变而发生变化。在斜拉桥索力调整过程中，索力调整引起的结构非线性效应，会导致结构几何刚度持续改变。在此情况下，基于线性理论构建的影响矩阵法，难以直接精准求解斜拉桥的索力调整量。

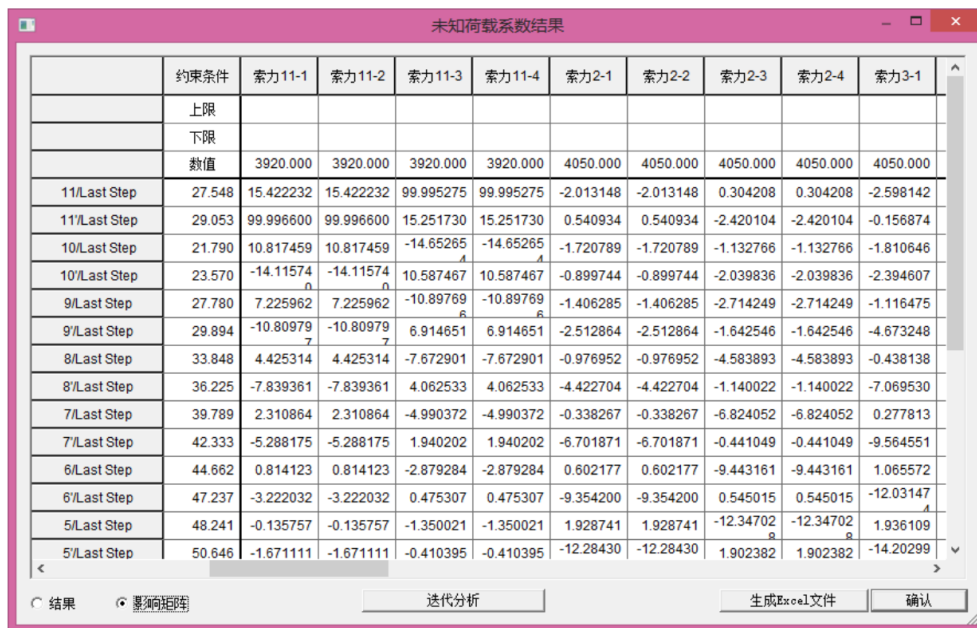


图 2 利用 Midas 求解索力影响矩阵界面

表 1 影响矩阵 (单位: kN)

	E11	W11	E10	W10	E9	W9	E8	W8	E7	W7
E11	100	15	-15	11	-11	7	-8	0	0	0
W11	15	100	11	-14	7	-11	0	-8	0	-5
E10	-17	12	100	9	-12	6	-10	0	-7	0
W10	12	-16	9	100	6	-12	0	-10	0	-7
E9	-14	9	-14	7	100	0	-11	0	-9	0
W9	9	-14	6	-14	0	100	0	-12	0	-10
E8	-11	6	-12	0	-13	0	100	0	-12	0
W8	6	-11	0	-12	0	-13	0	100	0	-12
E7	-8	0	-10	0	-12	0	-13	0	100	0
W7	0	-8	0	-10	0	-12	0	-13	0	100

为消除结构非线性因素对索力调整的影响,引入误差向量:以调索阶段初始结构刚度为基准刚度、初始状态下的索力影响矩阵为初始计算矩阵,试算索力调整量;将试算的索力调整量代入正装模型,计算得到索力误差向量;通过上述过程的不断迭代,直至索力误差向量满足预设允许条件。

采用上述方法时,先将合拢阶段的实测索力 T 与成桥目标索力代入公式(10),求解得到索力调整量;再将调整后的索力输入正装模型,计算获取成桥索力及对应误差向量。随后利用初始索力影响矩阵持续迭代,直至误差向量满足设计要求。具体迭代步骤如下:

- (1) 求出合拢阶段的初始索力影响矩阵 $\{A\}$;
- (2) 在该条件下通过矩阵 $\{A\}$,代入公式 $\{\Delta\}=A^{-1} \cdot$

$\{T'-T\}$ 计算出索力调整量 $\{\Delta_1\}$;

(3) 求出调整索力 $T_1=T+\{\Delta_1\} \times 100$,将 T_1 代入结构的正装模型,求出调整后的索力 T_1' 。此时目标索力 T' 与 T_1' 之间误差向量记为 F_1 。

(4) 通过求解的影响矩阵 $\{A\}$,计算消除 F_1 需要的索力调整值 $\{\Delta_2\}=A^{-1} \cdot F_1$,得到调整索力值 $T_2=T+\{\Delta_1\} \times 100+\{\Delta_2\} \times 100$;

(5) 重复(3)——(4)步,直至 F_n 达到需要的精度。

基于初始索力影响矩阵迭代的索力调整方法,与差值法^[5]均以初始刚度法思想为依据。二者的核心区别在于,影响矩阵法的物理意义更为明确:其能够量化单根拉索索力变化对其他拉索的影响程度,且在索力调整过程中,可基于该量化关系对调索效果进行初步预判与评估。

表 2 迭代结果

编号	目标索力 (kN)	第一次迭代		第二次迭代		第三次迭代	
		索力 (kN)	误差	索力 (kN)	误差	索力 (kN)	误差
E11	3833	3501	-8.65%	3811	-0.56%	3823	-0.24%
W11	3734	3426	-8.26%	3701	-0.90%	3723	-0.31%
E10	3562	3609	1.30%	3595	0.94%	3557	-0.13%
W10	3127	3121	-0.19%	3154	0.86%	3123	-0.13%
E9	1606	1739	8.26%	1637	1.89%	1600	-0.41%
W9	2573	2643	2.73%	2611	1.50%	2566	-0.24%
E8	2873	2847	-0.92%	2882	0.30%	2865	-0.28%
W8	2540	2576	1.40%	2564	0.94%	2531	-0.35%
E7	2449	2471	0.90%	2453	0.13%	2443	-0.28%
W7	2421	2463	1.73%	2425	0.14%	2414	-0.28%

从计算结果可以看出,长索索力收敛迅速,两次迭代后误差已经小于 2%,三次迭代后所有索力误差均已经小于 1%,而且随着迭代次数的增加索力误差迅速减小。证明了应用影响矩阵进行调索索力计算的可行性与实用性。

3.4 结果验证

按本文提出的方法对该大桥进行了索力调整,索力调整完成后对全桥索力进行了实测,误差结果在 5% 以内。

4 结语

本文给出了斜拉桥合龙后对斜拉桥索力进行逐根调整时,在斜拉桥正装模型中,利用索力影响矩阵迭代快速消除索力误差向量,求解索力调整值的方法。同时给处理在 Midas 中具体的影响矩阵提取方法。

在工程实例中,通过索力影响矩阵进行迭代计算

表 3 实测索力

编号	目标索力 (kN)	调索完成后索力 (kN)	误差
E11	3833	3808	-0.65%
W11	3734	3574	-4.28%
E10	3562	3493	-1.94%
W10	3127	3082	-1.44%
E9	1606	1574	-1.99%
W9	2573	2550	-0.89%
E8	2873	2825	-1.67%
W8	2540	2614	2.91%
E7	2449	2466	0.69%
W7	2421	2399	-0.91%

求解调整索力值,计算过程中收敛迅速。通过该方法计算的索力调整值应用到实际工程中后,通过索力实测结果验证了该方法的可靠性。

参考文献:

- [1] 戴杰, 秦凤江, 狄谨, 等. 斜拉桥成桥索力优化方法研究综述 [J]. 中国公路学报, 2019, 32(5): 17-37.
- [2] JANJIC D, PIRCHER M, PIRCHER H. Optimization of Cable Tensioning in Cable-stayed Bridges [J]. Journal Bridge Engineering, 2003, 8(3): 131-137.
- [3] LEET Y, KIM Y H, KANGS W. Optimization of Tensioning Strategy for Asymmetric Cable-stayed Bridge and Its Effect on Construction Process [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2013, 35(6): 623-629.
- [4] 《中国公路学报》编辑部. 中国桥梁工程学术研究综述·2014 [J]. 中国公路学报, 2014, 27(5): 1-96.
- [5] 林桢楷. 差值法确定矮塔斜拉桥的初张索力 [J]. 科学技术与工程, 2010, 10(16): 4068-4070+4079.