

高考数学试题综合难度的比较研究

——以 2022—2024 年 6 套全国卷为例

王银¹ 覃淋²

1. 湖北民族大学 数学与统计学院; 2. 宜宾学院 数理学院

摘要: 通过构建高考数学试题综合难度模型, 对 2022—2024 年 6 套高考数学全国卷试题综合难度进行比较。研究发现: (1) 甲卷在运算水平、推理能力、知识含量、思维方向的难度加权平均值高于乙卷; (2) 在背景、是否含参、认知水平 3 个因素的难度加权平均值低于乙卷; (3) 6 套试卷的综合难度在逐年降低。

关键词: 高考; 数学试题; 全国卷; 综合难度

引言

高考数学试题难度的研究背景主要源于教育改革的不断推进和社会对人才需求的变化。随着科技的快速发展和全球化的趋势, 社会对于人才的要求也在不断提高。在这样的背景下, 数学教育也需要不断地适应社会的需求, 培养具有创新精神和实践能力的人才。

国务院办公厅发布了《关于推进普通高中育人方式改革的指导意见》, 该文件提出了高中数学教育改革的任务和目标, 对高考数学试题的设计和难度进行了一定程度的指导^[1]。传统的数学教学过分强调数学的精确性和逻辑推理, 导致了学生对数学的恐惧心理, 限制了学生的思维能力和创新精神的发展。因此, 教育改革的目标之一是要改变这种传统的教学方式, 注重培养学生的数学思维 and 创新能力。其次, 随着社会的发展, 数学在各个领域的应用越来越广泛。无论是科学研究、工程技术还是金融经济等领域, 都需要具备一定的数学素养^[2]。最后, 高考数学试题的难度是教育改革和社会需求的一个重要体现。高考数学试题不仅需要考查学生的基础知识和基本能力, 还需要考查学生应用数学知识解决实际问题的能力和创新思维能力。因此, 研究高考数学试题的难度, 对于指导数学教学和提高学生的数学素养都具有重要的意义。

本文通过习题综合难度测量模型, 对 2022—2024

年 6 套全国卷试题的综合难度进行比较分析, 旨在帮助一线教师把握高考走向, 更好地为高中数学教学服务。

一、研究对象及研究工具

(一) 研究对象

为了更好地比较高考数学试题的综合难度, 选择了 2022—2024 年 6 套高考数学试卷。其中, 2022 年与 2023 年, 选择全国甲卷和全国乙卷的理科试卷。考虑到 2024 年没有全国乙卷, 而 2022 年、2023 年使用全国乙卷的省市或自治区在 2024 年大都使用新课标Ⅱ卷, 故 2024 年选择了全国甲卷和新课程标准Ⅱ卷作为研究对象。

(二) 研究工具

有关综合难度系数模型的研究, 源于 Nohara 提交给美国国家教育统计中心的一份报告, 报告认为总体难度由“扩展性问题”“实际背景”“运算”“多步推理”4 个要素构成, 鲍建生在基础上提出数学学习题评价的综合难度系数模型^[3], 武小鹏等人在鲍建生的综合难度模型的基础上, 提出影响试题难度的 7 个主要因素: 背景因素、是否含参、运算水平、推理能力、知识含量、思维方向、认知水平^[4]。本文在武小鹏等人提出的习题综合难度模型的基础上, 结合已有研究^[5-7], 针对高考数学试题的特点, 提出一个新的难度模型比较高考数学试卷综合难度, 具体框架见表 1。

表 1 高考试题的综合难度系数模型与内涵

难度因素	水平	说明	赋值
背景因素	无背景	试题中没有出现具体情景, 只有数学学科知识	1
	生活背景	与实际生活背景相关, 通过分析实际生活来解决数学问题	2
	科学背景	包括多学科的情景, 需分析科学背景来解决数学问题	3

作者简介: 王银 (2002—), 女, 在读硕士研究生, 研究方向为数学教育、偏微分方程。

覃淋 (1991—), 男, 硕士, 助教, 研究方向为数学史与数学教育。

(续表 1)

难度因素	水平	说明	赋值
是否含参	无参数	没有出现相关的参数	1
	有参数	至少出现一个未知参数	2
运算水平	无运算	没有任何运算	1
	简单数值运算	只存在数值上的加、减、乘、除以及混合运算(1 到 3 步的数值运算)	2
	复杂数值运算	存在复杂运算,如三角、对数、指数、微积分等(3 步以上的数值运算)	3
	简单符号运算	存在简单符号的推导,基本公式的变形等(1 到 3 步的字母符号运算)	4
	复杂符号运算	存在复杂关系的逻辑演绎,如运动轨迹、参数方程等的计算(3 步以上的字母符号运算)	5
推理能力	无推理	只涉及纯粹的数值计算与符号运算,不涉及推理	1
	简单推理	推理逻辑较为简单,能在 3 步之内得到推理结果	2
	复杂推理	推理逻辑复杂,在 7 步及 7 步以上得到推理结果	3
知识含量	1 个知识单元	只包含 1 个知识单元,没有跨章节或跨学科内容	1
	2 个知识单元	包含 2 个不同的知识单元,或两个知识点的交叉	2
	多个知识单元	包含 3 个及 3 个以上的知识点,可能有跨章节和跨学科内容	3
思维方向	顺向思维	符合数学思维的特点,可按照数学逻辑顺序顺向展开	1
	逆向思维	需要对思维过程进行转化,存在逆向思考问题的过程	2
认知水平	理解	对数学概念或者原理进行简单的理解	1
	运用	将数学概念和原理运用到具体的问题解决过程中	2
	分析	在复杂环境中找到问题解决路径,并对结果进行解释	3

根据表 1,建立各个因素的难度系数为 d_i :

$$d_i = \frac{\sum_{j=1}^7 n_{ij} d_{ij}}{n} \quad (1)$$

其中 $\sum_{j=1}^7 n_{ij} = n, i = 1, 2, 3, \dots, 7, j = 1, 2, \dots, 5$ 。

在难度系数模型中, d_{ij} 表示第 i 个因素的难度系数, d_{ij} 表示第 i 个因素中的第 j 个水平的权重, n_{ij} 表示样本中属于第 i 个因素中第 j 个水平的题目总数, n 代表样本中题目的总个数。

公式(1)只适用于计算整套试卷中各个难度因素的难度系数,在本文中,要比较高考数学试题的综合难度时,会涉及题量的误差,因此,借用武小鹏在研究中提出的各难度因素的权重,设 k_i 为各个因素在所有题目中所占的权重系数, k_i 依次为 0.40, 1.20, 0.83, 2.50, 0.40, 0.83, 0.83, 由此可以计算得出整套试卷的综合难度系数 D 。

$$D = \sum_{i=1}^7 d_i k_i = \frac{\sum_{i=1}^7 (n_{ij} d_{ij}) k_i}{n} \quad (2)$$

其中 $\sum_{i=1}^7 n_i = n, i = 1, 2, 3, \dots, 7, j = 1, 2, \dots, 5$ 。

利用公式(2)可以对试题的综合难度进一步分析,考虑了每个因素的权重,计算得到的综合难度更具有

说服力。

(三)统计结果
通过综合难度模型,统计得到表 2。

二、结果分析
根据表 2、表 3 的结果,对 6 套试卷在背景、含参、运算水平、推理能力、知识含量、思维方向、认知水平 7 个方面进行详细分析。

(一)背景因素
由表 2 可知,6 套试卷在背景因素方面呈现的总体结果相似,都以无背景因素为主,而且无背景因素的试题随着年份而增加。这说明,将来的高考数学试题仍然会无背景的试题为主。从 6 套试卷背景因素的加权平均值来看,整体趋势是下降的。

从背景因素整体上看,数学试题主要考查的是无背景因素,但《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》提出要“引导学生会用数学眼光观察世界,会用数学思维思考世界,会用数学语言表达世界”^[2],这表明高考数学试题应该体现数学的应用性,在生活背景、科学背景水平上的试题数量适当增加,以便让高考试题更好地贴近学生的生活,培养学生的数学学科核心素养。

(二)是否含参
2022 年全国甲卷有参数的题目占比为 53.3%,2023

表 2 各难度系数量化指标

难度因素	水平划分	2022 年		2023 年		2024 年	
		甲卷	乙卷	甲卷	乙卷	甲卷	II 卷
背景因素	无背景	26(86.7%)	24(77.4%)	20(87.0%)	20(87%)	26(92.9%)	22(88%)
	生活背景	3(10.0%)	6(19.4%)	2(8.7%)	2(8.7%)	2(7.1%)	2(8%)
	科学背景	1(3.3%)	1(3.2%)	1(4.3%)	1(4.3%)	0(0%)	1(4%)
是否含参	无参数	14(46.7%)	13(41.9%)	8(34.8%)	9(39.1%)	12(42.9%)	12(48%)
	有参数	16(53.3%)	18(58.1%)	15(65.2%)	14(60.9%)	16(57.1%)	13(52%)
运算水平	无运算	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)
	简单数值运算	6(20.0%)	10(32.3%)	7(30.4%)	8(34.8%)	8(28.6%)	6(24%)
	复杂数值运算	5(16.7%)	4(12.9%)	5(21.7%)	5(21.7%)	9(32.1%)	9(36%)
	简单符号运算	13(43.3%)	9(29.0%)	6(26.1%)	6(26.1%)	6(21.4%)	5(20%)
	复杂符号运算	6(20.0%)	8(25.8%)	5(21.7%)	4(17.4%)	5(17.9%)	5(20%)
推理能力	无推理	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)	0(0.0%)
	简单推理	12(40.0%)	13(41.9%)	9(39.1%)	10(43.5%)	13(46.4%)	13(52%)
	复杂推理	18(60.0%)	18(58.1%)	14(60.9%)	13(56.5%)	15(53.6%)	12(48%)
知识含量	1 个知识单元	15(50.0%)	17(54.8%)	11(47.8%)	13(56.5%)	16(57.1%)	17(68%)
	2 个知识单元	7(23.3%)	6(19.4%)	7(30.4%)	4(17.4%)	7(25%)	5(20%)
	多个知识单元	8(26.7%)	8(25.8%)	5(21.8%)	6(26.1%)	5(17.9%)	3(12%)
思维方向	顺向思维	28(93.3%)	28(90.3%)	17(73.9%)	19(82.6%)	25(89.3%)	22(88%)
	逆向思维	2(6.7%)	3(9.7%)	6(26.1%)	4(17.4%)	3(10.7%)	3(12%)
认知水平	理解	5(16.7%)	3(9.7%)	4(17.4%)	5(21.7%)	4(14.3%)	4(16%)
	运用	15(50.0%)	18(58.1%)	13(56.5%)	12(52.2%)	14(50%)	12(48%)
	分析	10(33.3%)	10(32.2%)	6(26.1%)	6(26.1%)	10(35.7%)	9(36%)

表 3 6 套试题各难度因素的加权平均值与综合难度

		背景因素	是否含参	运算水平	推理能力	知识含量	思维方向	认知水平	综合难度
2022	甲卷	1.17	1.53	3.63	2.60	1.77	1.07	2.17	15.21
	乙卷	1.26	1.58	3.48	2.58	1.71	1.10	2.23	15.19
2023	甲卷	1.63	1.65	3.39	2.61	1.74	1.26	2.09	15.45
	乙卷	1.17	1.61	3.26	2.57	1.70	1.17	2.04	14.88
2024	甲卷	1.07	1.57	3.29	2.54	1.61	1.11	2.21	14.79
	II 卷	1.16	1.52	3.36	2.48	1.44	1.12	2.20	14.61

年甲卷占比为 65.2%，2024 年甲卷占比为 57.1%；2022 年全国乙卷有参数的题目占比为 58.1%，2023 年乙卷占比 60.9%，2024 年新高考 II 卷 52%。从整体趋势上看，呈下降趋势。从含参因素的加权平均值来看，2022 年全国甲卷为 1.53，2023 年全国甲卷为 1.65，2024 年甲卷为 1.57，可以看出，甲卷难度未有明显的变化。2022 年全国乙卷为 1.58，2023 年乙卷为 1.61，2024 年新高考 II 卷为 1.52，乙卷难度没有较大的变化，这说明命题者充分考虑了旧高考到新高考的过渡。

（三）运算水平

由表 2 可知，2022 年全国甲卷侧重考查简单符号运算，占比高达 43.3%；2023 年甲卷考查简单数值运

算的试题最多，占比为 30.4%，2024 年则是复杂数值运算的试题最多。全国乙卷和新高考 II 卷也是如此规律。这表明高考在淡化运算技巧的考查，更加注重通性通法的考查，这在一定程度上可以引导高中数学的教学。体现了高考的“引导教学”的核心功能。

整体上看，6 套试卷都以简单数值运算和简单符号运算为主，因此，学生应掌握基础的运算能力和理论知识，保证正确率。从运算因素的加权平均值来看，整体呈现下降趋势。

（四）推理能力

6 套试卷的占比差异不大，2022 年和 2023 年的试题占比也没有明显的变化，整体上看，以复杂推理

为主。复杂推理的试题占比随年份增加而逐渐降低，这表明在推理因素上，试题的难度在降低。从加权平均值来看，2022年全国甲卷为2.60，2023年甲卷为2.61，2024年甲卷为2.54，变化并不明显。2022年全国乙卷为2.58，2023年乙卷为2.57，2024年新高考Ⅱ卷为2.48，在逐年降低难度。

（五）知识含量

6套试卷在试题中考查的知识单元都以1个知识单元为主，具体而言，2022年，甲卷1个知识单元的试题占比高达50.0%，相比之下，2023年甲卷考查1个知识单元的试题占比有所下降。2024年甲卷1个知识单元的试题占比高达57.1%，远低于新高考Ⅱ卷的68%。从知识含量的加权平均值来看，甲卷三年的加权平均值分别为1.77、1.74、1.61；乙卷和新高考Ⅱ卷三年的加权平均值分别为1.71、1.70、1.44，这表明甲卷的难度高于乙卷，且都随年份而下降的趋势。

（六）思维方向

2022年全国甲卷在考查顺向思维上题量占比高达93.3%，2023年全国甲卷题量占比为73.9%，有明显的下降。这说明2023年的甲卷更注重对考试逆向思维的考查。全国乙卷也是如此，虽然在试题占比上稍低一些。

从题量占比整体上看，6套试卷均侧重于考查学生的顺向思维，且占比较大。从加权平均值来看，2022年全国甲卷为1.07，2023年全国甲卷为1.26，难度上升明显；2022年全国乙卷为1.10，2023年全国乙卷为1.17，难度变化趋势明显。2024年全国甲卷和新高考Ⅱ卷差异不明显。

（七）认知水平

6套试卷都侧重于考查知识的运用，题量占比几乎都在50.0%以上。在考查知识点分析方面，2023年甲卷比2022年下降了6%左右，在2024年又增至35.7%。2022年全国乙卷侧重于知识点的运用，题量占比高达58.1%，2023年下降了6%左右；在分析水平，2023年全国乙卷比2022年乙卷下降了。

从题量占比的整体上看，6套试卷均侧重于知识的运用。从认知水平的加权平均值看，2022年全国甲卷和乙卷都高于2023年的全国甲卷和乙卷。2024年甲卷和新高考Ⅱ卷差异不明显。

（八）综合难度比较分析

利用公式（1）与公式（2），计算得到6套试卷的综合难度，见表3。

由表3可知，2022年全国甲卷的综合难度为15.21，2023年甲卷的综合难度为15.45，2024年甲卷

的综合难度为14.79，可以发现全国甲卷的综合难度的整体趋势是降低的。在是否含参、思维方向、认知水平等难度因素上，难度呈现出上升趋势，背景因素、运算水平、推理能力、知识含量等难度因素呈现下降趋势。结合各因素中不同水平的题量占比可知，全国甲卷考查生活背景的题目正在增多，含有参数的题目考查在增多，多注重复杂推理，多考查学生逆向思维解题的能力，注重运算技巧，并且注重考查2个知识单元的综合解题。

2022年全国乙卷的综合难度为15.19，2023年乙卷的综合难度为14.88，2024年新高考Ⅱ卷的综合难度为14.61，可以发现试题的综合难度的整体趋势是降低的。在思维方向方面的难度呈现上升趋势，在其他6个难度因素方面，呈现下降趋势。

整体上看，6套试卷的综合难度都是随着年份降低，在各个难度因素上表现出的趋势也基本一致。如在背景因素，甲卷是先上升再下降；2022年乙卷到2024年新课标Ⅱ卷则是整体下降的趋势。

三、研究结论与启示

（一）结论

6套试卷各难度因素的不同水平分布上存在异同，侧重于学生不同能力的考查。由于知识点的分布不同，6套试卷的综合难度也存在不同，综合难度是2023年甲卷>2022年甲卷>2022年乙卷>2023年乙卷>2024年甲卷>2024年新课标Ⅱ卷。从整体趋势看，高考数学试题的难度是在降低。

1. 在背景因素上，6套试卷的难度是2023年甲卷>2022年乙卷>2022年甲卷=2023年乙卷>2024年新课标Ⅱ卷>2024年甲卷。甲卷是先上升后下降，乙卷到新课标Ⅱ卷则是逐年下降，这表明后续高考题可能会保持这个趋势，不会出现过多的涉及一些现实情境和科学情境方面的数学问题，更多是以数学情境为背景出现的数学问题，通过设置学生熟悉的、关联的、综合的数学情境来命制简单的、较复杂的、复杂的数学问题，来综合考查学生的数学学科核心素养。

2. 在是否含参因素上，6套试卷的难度是2023年甲卷>2023年乙卷>2022年乙卷>2024年甲卷>2022年甲卷>2024年新课标Ⅱ卷。2023年的2套全国卷的难度大于2022年和2024年的4套试卷。整体上看，难度是下降的。

3. 在运算水平因素上，6套试卷的难度是2022年甲卷>2022年乙卷>2023年甲卷>2024年新课标Ⅱ卷>2024年甲卷>2023年乙卷。全国甲卷对运算能力要求较高。2022年全国甲卷在运算水平的难度为3.63，

全国乙卷在运算水平的难度为 3.48, 甲卷注重复杂数值运算的试题, 乙卷则注重简单数值运算和简单符号运算, 总体来运算偏于简单, 复杂运算的题量较少。

从整体趋势来看, 甲卷和乙卷的难度都是逐年降低的, 这说明高考试题在逐步淡化复杂的运算, 降低了运算难度, 更注重对学生思维能力的考查。这也启示高中数学教学要淡化“通过题海战术来训练解题速度”的意识, 转向对学生逻辑推理、批判性思维、创新思维等关键能力的培养^[8]。

4. 在推理因素上, 6 套试卷的难度是 2023 年甲卷 > 2022 年甲卷 > 2022 年乙卷 > 2023 年乙卷 > 2024 年甲卷 > 2024 年新课标 II 卷。全国甲卷注重推理能力的考查, 2022 年甲卷的难度为 2.60, 大于全国乙卷的 2.58, 2023 年甲卷的难度为 2.61, 大于全国乙卷的 2.57, 2024 年甲卷的难度为 2.54, 大于新课标 II 卷的 2.48。这说明全国甲卷在推理因素上的难度要高于全国乙卷, 也体现了高考在推理的考查上是在逐步降低要求。这从考查简单推理和复杂推理的题目数量变化趋势是一致的。

5. 在知识含量因素上, 6 套试卷的难度是 2022 年甲卷 > 2023 年甲卷 > 2022 年乙卷 > 2023 年乙卷 > 2024 年甲卷 > 2024 年新课标 II 卷。从 6 套试卷难度的整体趋势上看, 对知识点的考查逐渐趋于考查 1 个知识单元。2022 年全国甲卷的知识含量难度为 1.77, 全国乙卷的知识含量难度为 1.71, 2023 年甲卷的知识含量难度为 1.74, 乙卷的知识含量难度为 1.70, 可以看出甲卷难于乙卷, 但仅相差 0.06 和 0.04, 区别并不大。

6. 在思维方向因素上, 6 套试卷的难度是 2023 年甲卷 > 2023 年乙卷 > 2024 年新课标 II 卷 > 2024 年甲卷 > 2022 年乙卷 > 2022 年甲卷。可以看出, 整体趋势是在逐步上升的, 这说明今后高考会更加注重对学生思维能力的考查, 而在试卷结构、试题数量、试题形式以及计算量等方面有所变化^[9]。

7. 在认知水平因素上, 6 套试卷的难度是 2022 年乙卷 > 2024 年甲卷 > 2024 年新课标 II 卷 > 2022 年甲卷 > 2023 年甲卷 > 2023 年乙卷。2022 年全国甲卷的认知水平难度为 2.17, 乙卷的认知水平难度为 2.23, 2023 年甲卷的认知水平难度为 2.09, 乙卷的认知水平难度为 2.04, 2024 年甲卷的认知水平难度为 2.21, 新课标 II 卷的认知水平难度为 2.20, 可以看出, 高考命题, 更加注重考查学生的能力, 考查学生运用数学知识分析和解决问题。

(二) 启示

1. 教师教学建议

首先, 教师要深入研究教学课程标准和高考数

学试题的命题要求, 明确考试的重点和难点, 以便有针对性地开展教学。高考数学试题注重考查学生的基础知识掌握程度, 因此教师在教学中应注重基础知识的巩固和强化, 确保学生能够熟练掌握数学概念和原理。其次, 数学学科注重对学生思维能力的培养, 教师在教学中要着重对学生的思维能力、推理能力和空间想象能力等方面进行启发。高考数学试题注重考查学生的解题能力, 因此教师在教学中要通过大量的练习和讲解, 使学生在掌握解题方法和技巧的同时, 着重提高解题能力, 提高解题速度和正确率。最后, 数学学科需要学生具备一定的学习动力和兴趣, 教师在教学中应关注学生的情感态度, 积极引导树立正确的学习态度和价值观, 激发学生的学习兴趣 and 动力。

2. 学生学习建议

首先, 高考数学试题注重基础知识的考查, 因此学生应确保对基本概念、原理、公式等有深入的理解和掌握, 通过大量的练习和复习, 巩固基础, 避免在考试中因基础知识不扎实而失分。

其次, 高考数学试题不仅考查学生的知识掌握程度, 还考查学生的解题能力。学生应通过大量的练习, 熟悉各种题型和解题方法, 提高解题速度和准确性, 同时, 要注重解题过程的规范性和逻辑性, 避免因解题过程不规范而失分。

最后, 学生通过分析和解决数学问题, 锻炼自己的数学思维, 提高解决问题的能力。高考数学试题通常具有一定的实际性和复杂性, 要求学生能够熟练运用所学的数学知识解决实际问题。因此, 学生应注重培养自己的问题解决能力, 学会分析问题、提出解决方案并实施解决方案。

四、结语

以上通过高考数学综合难度系数模型, 对 2022—2024 年 6 套全国卷高考试题的综合难度进行比较研究, 发现高考试题的难度是逐年下降的。在 7 个试题难度影响因素, 也是在不断变化的, 但还是有一些趋势是比较明显的, 比如, 在计算上, 虽然 6 套试卷一如既往的重视计算, 但在计算量、计算技巧上有所淡化, 更加注重学生思维能力的考查, 这也提醒教师在日常教学中要更注重对学生思维能力的培养。

参考文献:

- [1] 国务院. 国务院办公厅关于新时代推进普通高中育人方式改革的指导意见 [EB/OL]. (2019-06-19) [2025-03-07]. http://www.gov.cn/zhengce/content/2019-06/19/content_5401568.htm.

[2] 教育部. 普通高中数学课程标准 (2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[3] 王建磐, 鲍建生. 高中数学教材中例题的综合难度的国际比较 [J]. 全球教育展望, 2014, 43(8): 101-110.

[4] 武小鹏, 孔企平. 基于 AHP 理论的数学高考试题综合难度模型构建与应用 [J]. 数学教育学报, 2020, 29(2): 29-34.

[5] 鲁庆云. 我国高考数学试题难度影响因素的实证研究 [D]. 重庆: 西南大学, 2009.

[6] 秦乐, 周莹. 高中数学教材习题综合难度研究——以人教 A 版“统计与概率”为例 [J]. 中学数学, 2019(13): 20-23.

[7] 覃淋. “中国大陆”“日本”和“中国台湾”高中数学教材统计习题难度比较研究 [J]. 数学教育学报, 2019(1): 55-60.

[8] 教育部教育考试院. 优化试卷结构设计突出思维能力考查——2024 年高考数学全国卷试题评析 [J]. 中国考试, 2024(7): 79-85.

[9] 任子朝. 新高考十年数学科考试内容改革: 成就、挑战与转向 [J]. 中国考试, 2024(7): 11-18+63.