

基于“BOPPPS+核心素养”教学模式的教学设计

——以“平面向量基本定理”为例

沈亚平 陈慧 罗森 *

贵州师范大学数学科学学院

摘要：针对当前数学课程教学不足之处的分析和 BOPPPS 教学模型的介绍，利用“BOPPPS+核心素养”教学模式进行“平面向量基本定理”教学设计，合理构建三环节六模块课堂结构，由此促进学生的参与式学习体验，通过实践深化理解，实现“做中学”的教育理念。

关键词：BOPPPS+核心素养；平面向量基本定理；教学设计

引言

高中数学的主要任务是通过高中数学课程的学习，构建数学认知体系，培养理性思维与关键能力，学生能获得“四基”、提高“四能”，发展数学学科核心素养^[1]，为以后的学习生活奠定一定的数学理论基础、思维和方法。鉴于高中数学自带的严密逻辑性和深刻抽象性，与初中学段的数学学习有很大的不同，导致许多学生在尚未深入接触时就“望而生畏”，加之传统单一教学模式，教师成为“独角戏”演员，课上力求详尽解释，却常因赶进度而采取“填鸭式”教学，致使学生在学习过程中处于被动地位，好奇心和主动性缺失，教学效果未能达到理想水平。

新课改发布以来，国内学者在高中数学教学改革领域进行了广泛的实践探索和深入研究，积累了丰富的经验和显著的成果。丁伟伟从学生的主体地位、知识的生成和发展、多样化的数学活动三个方面论述如何落实“四基”^[2]。张丹红通过文献研究、实证分析和调查问卷，在理论和实操层面探讨分析了混合式教学模式在高中数学教学中的可行性^[3]。卢燕霞对渗透大单元教学思想的“圆锥曲线的性质”进行教学设计^[4]。许慧美等将 BOPPPS 教学模式融入“向心力”的教学设计，探索参与式学习的新路线^[5]。杨卓璇等从认知心理学关于问题解决的“IDEAL”模式角度为问题解决能力的研究提供了新的视角^[6]。

将美国教育家塞瓦·布朗 (Severa Brown) 提出的“BOPPPS”教学模式与我国以核心素养为导向的教学任务相结合，刘兴伟^[7]给出了“BOPPPS+核心素养”教学模式这种创新的教育范式，它紧密围绕教学目标

展开，坚持学生主体地位，通过问题驱动的教学方式，对知识体系进行结构化划分与深度解析。在教学过程中，这种模式巧妙地融入思想政治教育元素，并渗透数学文化的精髓，以确保数学核心素养的有效培养和落实。为此，本文以“平面式的高中数学教学设计，致力于挖掘夯实核心素养的途径，进而切实履行“立德树人”这一教向量基本定理”为例，探讨基于“BOPPPS+核心素养”教学模育的根本任务。

一、“BOPPPS+核心素养”教学模式

“BOPPPS+核心素养”教学模式是一种以学生为中心，注重培养学生核心素养的教学模式。它结合了 BOPPPS 教学模式的六个基本模块，即 Bridge-in（导入）、Objective（目标）、Pre-assessment（前测）、Participatory Learning（参与式学习）、Post-assessment（后测）和 Summary（总结）^[8]，并在此基础上划分课前、课中、课后三个环节，强调了对学生核心素养的培养。此外，“BOPPPS+核心素养”模式倡导在遵循教材和教学大纲的指导原则下，对教学内容和形式进行创新和多元化，以此来拓宽学生的生活视野。设计流程图如图 1 所示。

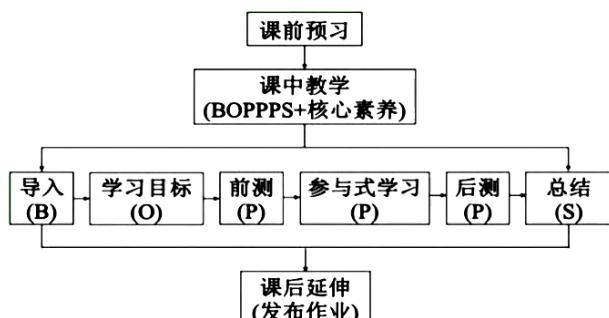


图 1 “BOPPPS+核心素养”教学模式流程图

基金项目：国家自然科学基金资助项目（12361011）；贵州省基础研究计划资助项目（黔科合基础[2019]1228号）。

作者简介：沈亚平（2000—），女，硕士研究生，研究方向为学科教学（数学）。

陈慧（2000—），女，硕士研究生，研究方向为学科教学（数学）。

通讯作者：罗森（1975—），男，副教授，博士，研究方向为积分几何与凸几何分析；学科教学（数学）。

二、基于“BOPPPS+核心素养”模型下“平面向量基本定理”的教学设计

(一) 教学准备

1. 教材分析

《平面向量基本定理》节选自人民教育出版社出版的《普通高中教科书数学必修第二册(A版)》第六章的6.3.1平面向量基本定理,本节内容是继平面向量的概念和运算之后的重点内容,它是一维直线上共线向量定理的拓展延伸。平面向量基本定理是向量体系的核心内容,承接向量的线性运算与共线定理,为后续向量坐标表示、数量积运算及向量法解决几何问题奠定基础。其本质是将向量运算从“形”与“数”结合的角度系统化,体现了向量作为代数与几何桥梁的工具性价值。本节课蕴含“转化思想”(几何问题转化为代数运算)、“数形结合思想”(向量与坐标对应)及“有限基底表示无限向量”的数学哲学,为后续学习空间向量、解析几何提供方法论支持。

2. 学情分析

学生已掌握向量基本概念(大小、方向)、线性运算(加法、减法、数乘)及其线定理,具备向量运算的技能基础。通过物理学科(如力的合成、位移分解)接触过向量分解的实例,对“分力与合力”的等效替代有感性认识。在学习过程中,具备一定逻辑推理能力(如共线定理的证明),但平面向量基本定理所揭示的是“二维”层面下平面向量之间的内在关系,要实现这种认识层级的跨越,对学生而言存在一定难度,因此教学设计前需考虑到学生理解的困境之处,研究表明学生在课程学习中存在以下几点问题,如表1所示。

(二) 教学过程

基于上述分析,设计以下教学活动。

1. 前测(P)

研究分析发现,为了更精准地把握学生对本节课内容的掌握程度,建议将“前测”这一环节前置到课堂的开始之前,以便为后续的教学过程提供更有针对性的指导^[9]。基于此,本文将“前测”模块放至课前环节,完成两道题目。

【例题1】①同一直线上,一个向量可以由另一个向量表示吗?②同一平面内,一个向量可以由平面内另一个与它不共线的向量表示吗?如果能,举出例子;如果不能,那选取平面内两个与它不共线的向量能表示吗?第二个向量如何选取?

【设计意图】通过对共线向量定理的回顾,从新的视角展开提问,提出富有启发性的问题,引发学生的思考,提出本节课的研究问题,即平面内一个向量能否由同一平面内两个不共线向量进行表示?如何进行表示?激发学习内驱力,体会所学内容在整个知识架构中的位置和联系。

【例题2】如图2所示,在平行四边形ABCD中, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$ 。

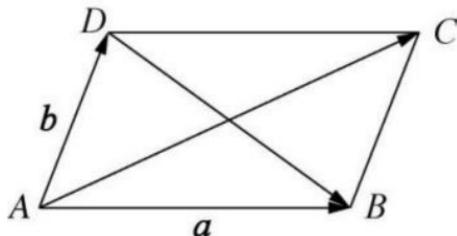


图2

用 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 表示向量 \overrightarrow{AC} 、 \overrightarrow{DB} ;

若H是BD边的中点,用 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 表示向量 \overrightarrow{AH} ;

若Q是CD边的三等分点,用 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 表示向量 \overrightarrow{AQ} ;

若P是直线CD上的任意一点,能否用 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 表示向量 \overrightarrow{AP} ;

若P是平面ABCD内的任意一点,能否用 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 表示向量 \overrightarrow{AP} ,你有什么新的发现?

【设计意图】

以平行四边形为例引入数学情境,改编自人教A版的例题。前三问可以凭借以往经验顺利解决,后两问基于学生的最近发展区编制,从特殊位置到一般的

表1 教学问题分析

教学重难点	学生常见问题	
平面向量基本定理的发现过程	1	难以由力的分解的物理模型过渡到向量的分解
	2	思维固化,无法将对向量的“一维”理解升级
平面向量基本定理的内容阐述	3	缺乏由向量分解想到任意一个向量都可以用一对不共线的向量表示的链接能力
	4	错误理解平面向量基本定理内容表述中的限定词“不共线”“任一”“有且只有”等数学专用语的意义
平面向量基本定理的具体应用	5	难以理解如何应用平面向量基本定理进行具体问题探究的科学思维
	6	探究活动脱离实际生活情境,学生不明白为什么要研究平面向量基本定理

思路设计问题,促使学生自主思考,初步感知定理内容。

2. 导入 (B)

该部分教学活动如表 2 所示。

3. 目标 (O)

(1) 经历平面向量基本定理的探索过程,通过实例抽象出平面向量基本定理的核心内容,理解“任一”“不共线基底”与“唯一性”的数学本质,并严谨推导定理结论,发展数学抽象与逻辑推理素养;

(2) 学生能运用定理将几何问题转化为向量运算,灵活运用定理解决简单的平面几何问题和实际问题,提升数学建模与运算求解能力;

(3) 通过证明平面向量基本定理进一步理解定理内涵,体会定理的重要性及其意义,学生能通过定理探究体会向量“数形结合”的工具性,感受数学简洁美与对称美,激发学习兴趣,培养直观想象与数学审美素养。

【设计意图】教师明确阐释教学目标,促使学生清晰认知本节课所需掌握的知识范畴、需完成的学习任务以及需着重培养的能力维度。

4. 参与式学习 (P)

该部分教学活动如表 3 所示。

5. 后测 (P)

设计练习题,明晰基底的概念,进一步提出问题 4。

【练习 1】(多选题)若 $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ 是平面内的一组

基底,则下列四组向量不能作为一个基底的是()

- A. $\{\vec{e}_1 - \vec{e}_2, 2\vec{e}_2 - \vec{e}_1\}$
- B. $\{\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{e}_1 + \vec{e}_2\}$
- C. $\{2\vec{e}_2 - \vec{e}_1, -2\vec{e}_2 + \vec{e}_1\}$
- D. $\{2\vec{e}_1 + \vec{e}_2, 4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2\}$

【练习 2】若点 M 是 ΔABC 所在平面内一点,

且满足 $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, 则 ΔABM 与 ΔABC 的面积之比为_____.

【练习 3】(多选题)如图 3, A、B 分别是射线 OM、ON 上的两点,则下列向量的终点 P 落在阴影区域内(包括边界)的有()

- A. $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$
- B. $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$
- C. $\overrightarrow{OP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$
- D. $\overrightarrow{OP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{5}\overrightarrow{OB}$

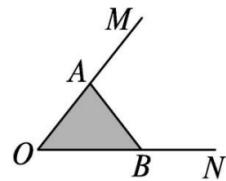


图 3

【问题 4】任取平面内两个不共线向量,都可以作为平面向量的基底吗?

表 2 “导入”环节教学活动

教师活动	学生活动	设计意图
情境 1: 科学里“以有限驭无限”在光的现象中尽显奇妙。日常白色太阳光经三棱镜色散成 7 种颜色光谱。光作为电磁波频率范围广,自然界光种类无限多。但科学家发现研究 7 种基本色光就能了解光性质特点,且它们通过组合可模拟出其他颜色,如同用有限“颜料”绘出无限“画卷”。情境 2: 音乐里音符形态、音高丰富,时值有全、二分等多种,理论上可组合出无穷旋律。不过创作者不会盲目尝试,而是先确定和弦进行,像 C – G – Am – F 这类经典走向。以和弦为框架创作旋律,有限和弦能表示无限可能	/	情境 1 和情境 2 分别是科学情境和生活情境,意在让学生从自身经验出发,感受“用有限来表示无限”的自然意义和生活价值,体会数学与现实的联系,深度激发学习动机。
情境 3: 同学们经常在课间打羽毛球,羽毛球的受力情况是怎样的呢? 【问题 1】类比于物理中力的分解,你能否利用平面内两个不共线向量 \vec{e}_1, \vec{e}_2 表示 \vec{a} 呢?(PPT 中呈现位于网格内的 $\vec{a}, \vec{e}_1, \vec{e}_2$)	学生小组合作解决问题 1, 探究如何作图将 \vec{a} 用 \vec{e}_1, \vec{e}_2 表示, 表达形式是什么。	调动学生已有认知基础,通过小组合作探究,学生经历向量分解的作图过程,发现向量分解的表达形式。在网格中呈现向量有助于学生对向量进行平移,掌握作图要点,即平行四边形法则,明确表达形式,即 \vec{a} 能够由 \vec{e}_1, \vec{e}_2 线性表示。

表3 “参与式学习”环节教学活动

教师活动	学生活动	设计意图
<p>【问题2】如果 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是同一平面内的两个不共线向量,那么平面内的任一向量 \vec{a} 都可以由 \vec{e}_1, \vec{e}_2 进行线性表示吗?</p> <p>教师借助 Geogebra 软件改变 \vec{a} 的大小和方向;</p> <p>对 \vec{a} 与 \vec{e}_1 或 \vec{e}_2 共线以及 $\vec{a}=\vec{0}$ 的情况进行具体分析。</p>	<p>学生观察 Geogebra 软件中的动态演示图,发现对于平面内任意一个 \vec{a},都可以由 \vec{e}_1, \vec{e}_2 线性表示,即 $\vec{a}=\lambda_1\vec{e}_1+\lambda_2\vec{e}_2$;</p> <p>学生从 \vec{a} 与 \vec{e}_1 或 \vec{e}_2 共线以及 $\vec{a}=\vec{0}$ 这三种特殊情况出发,探究表达式中 λ_1 和 λ_2 的存在情况。</p>	<p>通过问题1的探究,已经解决了具体问题,即平面内一个向量可以由与它不共线的两个不共线向量进行表示。进一步提出问题2,旨在将结论推广到一般情况,即探究 \vec{a} 是平面内任一向量时, $\vec{a}=\lambda_1\vec{e}_1+\lambda_2\vec{e}_2$ 都成立。教师先借助信息技术软件直观展示当 \vec{a} 变化时,表示形式仍成立,不仅帮助学生建立直观认知,也激发了学生的学习兴趣。再对三个具体的特殊情况进行分析,学生逐渐明确 \vec{a} 是平面内任意一个向量时,都有 $\vec{a}=\lambda_1\vec{e}_1+\lambda_2\vec{e}_2$ 成立。学生在实验中观察,再结合观察结果进行严谨分析,整个过程不仅帮助学生建立完整的数学知识网图,同时提高学生发现问题、分析问题与解决问题的能力。</p>
<p>引导学生归纳问题1与问题2的探究结果,类比共线向量定理的表述,引发学生思考目前探究的结果是否存疑,进一步提出问题3。</p> <p>【问题3】如果 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是同一平面内的两个不共线向量,那么平面内的任一向量 \vec{a} 都可以表示为 $\vec{a}=\lambda_1\vec{e}_1+\lambda_2\vec{e}_2$,那么 λ_1, λ_2 唯一吗?</p> <p>4. 引导学生小组合作探究问题3,如果 λ_1, λ_2 唯一,请小组从几何或代数的角度给出证明过程。</p>	<p>3. 学生归纳问题1与问题2的探究结果,即如果 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是同一平面内的两个不共线向量,那么对于这一平面内的任一向量 \vec{a} 都可以表示为 $\vec{a}=\lambda_1\vec{e}_1+\lambda_2\vec{e}_2$;</p> <p>4. 学生发现问题,即 $\vec{a}=\lambda_1\vec{e}_1+\lambda_2\vec{e}_2$ 这个表达形式是否唯一?</p> <p>5. 学生小组合作探究表达形式的唯一性。</p> <p>(1) 学生从几何的角度出发,发现当 \vec{a}, \vec{e}_1 和 \vec{e}_2 确定时,分解时所作平行四边形是唯一的,因此表达形式唯一。</p> <p>(2) 学生从代数的角度出发,运用反证法证明系数 λ_1 和 λ_2 的唯一性。</p>	<p>学生归纳前两个探究结果所得到的结论,发现仍需探究的问题。教师引导学生从几何与代数两个角度出发对其进行证明,学生逐步掌握平面向量基本定理的要点,成为知识的发现者。</p>
<p>总结前三个问题的探究结果,引导学生归纳平面向量基本定理的内容,教师强调定理要点以及基底的定义。</p>	<p>学生总结归纳平面向量基本定理内容,掌握定理要点。</p>	<p>由学生归纳得出平面向量基本定理,帮助学生感悟自身归纳、发现的过程,提升学生数学抽象、直观想象的数学学科核心素养。</p>

借助 Geogebra 软件演示当 \vec{a} 确定时,任意改变 \vec{e}_1, \vec{e}_2 的大小和方向。

一组基底中不可以含有哪个向量?

【设计意图】通过练习1明确作为基底的两向量不共线,且是平面内任意的两个不共线向量,明确零向量不可以作为基底,深化学生对于定理的理解。

6. 总结(S)

回顾整节课探索定理的过程,梳理平面向量基本

定理中的要点,讲清平面向量基本定理的本质,陈述整节课所涉及的数学思想方法;

引导学生思考:平面向量基本定理为什么叫“基本”定理?

【设计意图】师生共同完成课堂总结,给学生发言权,分享课堂所得,方便教师掌握学生的掌握情况,教师形成规范的总结,便于学生理解记忆。在最后提出思考题,帮助学生感悟平面向量基本定理在中学数

学中的重要性，是沟通代数与几何的重要桥梁，并为下一节平面向量的坐标表示打下基础。

三、结语

任何一门课程的教学方式都非固定，而是应当紧密结合其教学内容和学生的学习状况，同时致力于构建一个充满安全、友善与信任的教学氛围。将“BOPPPS+核心素养”教学模式融入“平面向量基本定理”的教学，通过导入、目标、前测、参与式学习、后测、总结六个环节的有机结合，激发了学生的学习兴趣，提高了传统教学中学生的学习兴趣和参与度，具有显著的优势和良好的实践效果，促进了学生对定理的理解和掌握，有效培养了学生的数学核心素养。同时，该教学模式也为高中数学教学改革提供了有益的参考和借鉴，值得在其他章节的教学中推广和应用。

参考文献：

- [1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[S].北京:人民教育出版社,2020.
- [2] 丁伟伟.基于“四基”目标的“平面向量坐标表示与运算”教学设计[J].理科爱好者,2024(2):70-72.
- [3] 张丹红.基于混合式教学的高中数学课堂革新[J].安徽教育科研,2024(9):73-75.
- [4] 卢燕霞.基于学科核心素养的高中数学大单元教学设计——以“圆锥曲线”为例[J].中学理科园地,2024,20(2):52-54.
- [5] 许慧美,丁佳怡,翁雨燕.基于BOPPPS教学模式的“向心力”教学设计[J].中学理科园地,2024,20(3):54-57+61.
- [6] 杨卓璇,林钦.基于“IDEAL”模式的物理问题解决能力培养研究[J].中学理科园地,2024,20(3):46-48+51.
- [7] 刘兴伟,闫英男.基于“BOPPPS+核心素养”教学模式的微课教学设计——以“定积分的概念”为例[J].科技风,2024(8):79-81.
- [8] 段志强,赵佳福,张依裕,等.“BOPPPS+课程思政”教学模式在“细胞分子生物学”课程教学中的应用——以蛋白质工程章节为例[J].西部素质教育,2023,9(6):32-35.
- [9] 冯思宇.BOPPPS教学模式下的高效课堂教学设计——以“密度”为例[J].物理教师,2021,42(8):48-50+54.